

第五单元 万有引力与宇宙航行

考点基础巩固卷

1. C 必刷知识 ▶ 人造卫星

选项	分析	正误
A	根据万有引力提供向心力得 $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$, 则 $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$, 可知天和核心舱所处的圆轨道 距地面高度越高, 环绕速度越小	×
B	返回舱中的航天员处于失重状态, 地球引力 提供其做圆周运动的向心力	×
C	只要环绕速度相同, 质量不同的返回舱与天 和核心舱就可以在同一轨道运行	√
D	返回舱穿越大气层返回地面过程中, 空气阻 力对返回舱做负功, 机械能减小	×

2. B 必刷知识 ▶ 开普勒第一、二定律

【深度解析】小行星由 M 到 N 过程中, 太阳的引力对小行星做正功, 说明小行星在 M 点受到太阳的引力方向与在 M 点的速度方向的夹角小于 90° , 所以太阳位于焦点 F_2 处, **A 错误**; 由远日点到近日点的过程中, 小行星速率越来越大, 由于小行星由 M 到 N 和由 N 到 P 的过程中, 通过的路程相等, 故 $t_{MN} > t_{NP}$, 根据开普勒第二定律可知, $S_1 > S_2$, **B 正确**; $v_M < v_N$, 则 $E_{kM} < E_{kN}$, **C 错误**; 由题图可知 $r_N > r_P$, 根据牛顿第二定律可得小行星的加速度 $a = \frac{GM}{r^2}$, 其中 M 为太阳质量, 故 $a_N < a_P$, **D 错误**。

3. D 必刷知识 ▶ 比较行星的 r 、 v 、 ω 、 a

【深度解析】由题意可知, 火星的公转周期大于地球的公转周期, 根据 $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} r$ 可得 $T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$, 可知火星的公转半径大于地球的公转半径, **C 错误**; 根据 $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$ 可得 $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$, 结合 C 选项, 可知火星公转的线速度小于地球公转的线速度, **A 错误**; 根据 $\omega = \frac{2\pi}{T}$ 可知火星公转的角速度小于地球公转的角速度, **B 错误**; 根据 $G \frac{Mm}{r^2} = ma$ 可得 $a = \frac{GM}{r^2}$, 可知火星公转的加速度小于地球公转的加速度, **D 正确**。

4. B 必刷知识 ▶ 万有引力与航天

【深度解析】由 $\frac{GMm}{R^2} = mg$ 可得地球的质量 $M = \frac{gR^2}{G}$, **A 错误**; 万有引力提供向心力, 有 $\frac{GMm}{(R+h)^2} = m \frac{v^2}{R+h}$, 联立解得空间站

的线速度大小 $v = \sqrt{\frac{gR^2}{R+h}}$, **B 正确**; 地球的平均密度 $\rho =$

$\frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$, 联立解得 $\rho = \frac{3g}{4\pi GR}$, **C 错误**; 空间站的周期 $T =$

$\frac{2\pi(R+h)}{v}$, 联立解得 $T = 2\pi\sqrt{\frac{(R+h)^3}{gR^2}}$, **D 错误**。

5. C 必刷知识 ▶ 比较向心加速度

【深度解析】因空间站建在拉格朗日点, 故其绕地运行周期等于月球的运行周期, 空间站的轨道半径小于月球轨道半径, 根据 $a = \frac{4\pi^2}{T^2}r$, 可知 $a_2 > a_1$; 地球同步卫星周期小于月球的周期, 则地球同步卫星的轨道半径小于月球轨道半径, 根据 $a = \frac{GM}{r^2}$ 可知 $a_3 > a_2$, 故 **C 正确**。

6. C 必刷知识 ▶ 开普勒第三定律、万有引力与天体运动

【深度解析】根据万有引力提供向心力有 $G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$, 可得

$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$, 由于地球同步卫星的轨道半径 r 大于地球半径 R ,

则地球同步卫星的运行速度小于地球第一宇宙速度(关键点: 卫星的环绕速度都小于地球第一宇宙速度), **A 错误**; 根

据开普勒第三定律有 $\frac{r_{\text{月}}^3}{T_{\text{月}}^2} = \frac{r_{\text{同}}^3}{T_{\text{同}}^2}$, 可得地球同步卫星的轨道半径

为 $r_{\text{同}} = \frac{1}{9}r_{\text{月}} = \frac{1}{9} \times 3.8 \times 10^5 \text{ km} \approx 6.6R$, 地球同步卫星离地高度约为地球半径的 5.6 倍, **B 错误**; 根据万有引力提供向心

力有 $G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{4\pi^2}{T^2}r$, 又 $\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$, 联立可得地球的平均密度

为 $\rho_{\text{地}} = \frac{3\pi r_{\text{同}}^3}{GT_{\text{同}}^2 R^3}$, 某行星的同步卫星距其表面的高度是其半径

的 2.5 倍, 则有 $r_{\text{行}} = 3.5R_{\text{行}}$, 该行星的平均密度为 $\rho_{\text{行}} =$

$\frac{3\pi r_{\text{行}}^3}{GT_{\text{行}}^2 R_{\text{行}}^3}$, 代入数据可得 $\frac{\rho_{\text{行}}}{\rho_{\text{地}}} \approx \frac{3}{5}$, **C 正确, D 错误**。

技巧必背

开普勒第三定律 $\frac{a^3}{T^2} = k$ 中的 k 由中心天体决定, 与环绕天体无关。若将椭圆轨道按圆轨道处理, 则环绕天体绕中心天体做匀速圆周运动, a 为圆轨道的半径 r , 即 $\frac{r^3}{T^2} = k$ 。

7. B 必刷知识 ▶ 双星问题

【深度解析】由于 A、B 星球密度相同, 且 A 星球体积大, 则 A 星球质量大, 由万有引力定律得 $F = G\frac{Mm}{r^2}$, $M+m$ 不变, “吸食”过程中, A 星球质量变得更大, B 星球质量变得更小, 则两质量乘积变小, 可知万有引力变小, **A 错误**; 在稳定的双星系统中两星球角

速度大小相等,根据万有引力提供向心力,对 A 星球有 $G \frac{Mm}{r^2} =$

$M\omega^2 r_A$, 对 B 星球有 $G \frac{Mm}{r^2} = m\omega^2 r_B$, $r = r_A + r_B$, 联立解得 $G \frac{M+m}{r^2} =$

$\omega^2 r$, 则 $\omega = \sqrt{\frac{G(M+m)}{r^3}}$, 由于质量在两星球间转移, 故总质量

不变, 又“吸食”过程中两星球球心间距离不变, 则角速度大小不变, **B 正确**; 由于两星球做匀速圆周运动的向心力大小

始终保持相等, 则 $M\omega^2 r_A = m\omega^2 r_B$, 即 $\frac{r_A}{r_B} = \frac{m}{M}$, 由于两星球密度

相同, 故体积大的 A 星球质量大, “吸食”后质量更大, 则轨迹半径变小, 而质量小的 B 星球的轨迹半径变大, 由于角速度大小不变, 故 A 星球线速度大小变小, B 星球线速度大小变大, **C、D 错误**。

8. D 必刷知识 ▶ 加速度+周期

【深度解析】物体在地球表面附近所受万有引力近似等于重力, 则 $G \frac{Mm}{R^2} = mg$, 解得 $g = \frac{GM}{R^2}$, **A 错误**; 在离地面高度为 h 处

, 有 $G \frac{Mm'}{(R+h)^2} = m'g'$, 解得 $g' = \frac{GM}{(R+h)^2}$, **B 错误**; 由万有引力

提供向心力可得 $G \frac{Mm'}{(R+h)^2} = m' \frac{4\pi^2}{T^2} (R+h)$, 解得 $T =$

$2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$, **C 错误**; 空间站绕地球做匀速圆周运动的圆的

面积为 $S = \pi(R+h)^2$, 则空间站与地心的连线在单位时间

内扫过的面积为 $S' = \frac{S}{T} = \frac{\pi(R+h)^2}{2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}} = \frac{\sqrt{GM(R+h)}}{2}$, **D**

正确。

9. C 必刷知识 ▶ 开普勒第三定律

【深度解析】根据题意, 设月球的质量为 M , “嫦娥五号”探测

器的质量为 m , “嫦娥五号”在轨道Ⅲ运动时的周期为 T_1 , 由

万有引力提供向心力有 $\frac{GMm}{R^2} = m \frac{4\pi^2}{T_1^2} R$, 由开普勒第三定律有

$\frac{\left(\frac{3R+R}{2}\right)^3}{T^2} = \frac{R^3}{T_1^2}$, 联立解得 $M = \frac{32\pi^2 R^3}{GT^2}$, **A、B 错误**; 设月球表面

的物体的质量为 m' , 月球表面的重力加速度大小为 g' , 则有

$\frac{GMm'}{R^2} = m'g'$, 解得 $g' = \frac{GM}{R^2} = \frac{32\pi^2 R}{T^2}$, **D 错误, C 正确**。

10. C 必刷知识 ▶ 变轨问题+开普勒第三定律

【深度解析】由于卫星从轨道Ⅱ变轨到轨道Ⅲ(关键点: 做离心运动), 需要点火加速, 故卫星在轨道Ⅱ上 B 点的速度

小于在轨道Ⅲ上 B 点的速度, 而卫星在轨道Ⅰ、Ⅲ上稳定运

行时做匀速圆周运动, 万有引力提供向心力, 有 $G \frac{Mm}{r^2} =$

$m \frac{v^2}{r}$, 解得 $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$, 轨道Ⅰ的半径小于轨道Ⅲ的半径, 故

卫星在轨道 I 上 A 点的速度大于在轨道 III 上 B 点的速度, 即 $v_{1A} > v_{3B} > v_{2B}$, **A 错误**; 卫星只受万有引力作用, 有 $G \frac{Mm}{r^2} = ma$, $r_{1A} = r_{2A}$, 故卫星在轨道 I 上 A 处的加速度等于在轨道 II 上 A 处的加速度, **B 错误**; 根据开普勒第三定律可得 $\frac{r_1^3}{T_1^2} = \frac{r_2^3}{T_2^2}$, 故卫星在轨道 I、II 上运行的周期之比为 $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{R^3}{\left(\frac{5R+R}{2}\right)^3}} = \frac{\sqrt{3}}{9}$, **C 正确, D 错误**。

11. B 必刷知识 ▶ 万有引力定律

【深度解析】探测器要脱离地球的吸引, 则发射速度必须大于第二宇宙速度, **A 错误**; 当火星离地球最近时, 地球上发出的指令到达火星的时间 $t_0 = \frac{0.55 \times 10^8 \times 10^3}{3 \times 10^8} \text{ s} = \frac{550}{3} \text{ s} \approx 3 \text{ min}$, **B 正确**; 根据开普勒第三定律有 $\frac{R_{\text{火}}^3}{T_{\text{火}}^2} = \frac{R_{\text{探}}^3}{T_{\text{探}}^2}$, 由于探测器轨道的半长轴小于火星运行轨道的半径, 可知 $T_{\text{火}} > T_{\text{探}}$, 如果火星运动到 B 点, 地球恰好在 A 点时发射探测器, 探测器将沿轨迹 AC 先运动到 C 点, 此时火星还没有到达 C 点, 两者不能在 C 点相遇, **C 错误**; 设到下一个发射时机需要等待的时间为 Δt , 则有 $\frac{2\pi}{T_{\text{地}}} \Delta t - \frac{2\pi}{T_{\text{火}}} \Delta t = 2\pi$, 结合题中数值, 解得 $\Delta t = \frac{19}{9} T_{\text{地}} \approx 2.1 \text{ 年}$, **D 错误**。

12. (1) 不成立, 理由见解析 (2) $\sqrt{\frac{4\pi^2 r_1^3}{T_1^2 R}}$

必刷知识 ▶ 开普勒第三定律 + 第一宇宙速度

【深度解析】(1) 不成立, 开普勒第三定律 $\frac{a^3}{T^2} = k$, 其中 k 与中心天体有关, 系外行星、宇宙飞船做圆周运动的中心天体不同, 不满足开普勒第三定律的条件, 故等式不成立。

(2) 对宇宙飞船, 万有引力提供向心力, 有

$$G \frac{Mm}{r_1^2} = m \frac{4\pi^2}{T_1^2} r_1,$$

$$\text{解得 } GM = \frac{4\pi^2 r_1^3}{T_1^2},$$

系外行星的第一宇宙速度为靠近系外行星表面的物体绕其做匀速圆周运动的运行速度, 根据万有引力提供向心力, 有

$$G \frac{Mm_0}{R^2} = m_0 \frac{v_1^2}{R},$$

$$\text{解得 } v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 r_1^3}{T_1^2 R}}.$$

13. (1) $2\pi nL$ (2) $\frac{4\pi^2 n^2 L^3}{G}$

必刷知识 ▶ 双星系统

【深度解析】(1) 设两颗中子星的速率分别为 v_1 、 v_2 , 轨道半径分别为 r_1 、 r_2 ,

由 $v = \omega r$ 可知 $v_1 = \omega r_1$, $v_2 = \omega r_2$,

又 $r_1 + r_2 = L$,

角速度 $\omega = 2\pi n$,

联立解得 $v = v_1 + v_2 = 2\pi n L$ 。

(2) 设两颗中子星的质量分别为 m_1 、 m_2 , 由万有引力提供向心力可得

$$G \frac{m_1 m_2}{L^2} = m_1 \omega^2 r_1, G \frac{m_1 m_2}{L^2} = m_2 \omega^2 r_2,$$

$$\text{解得 } M = m_1 + m_2 = \frac{4\pi^2 n^2 L^3}{G}。$$

14. (1) $\frac{3g}{4\pi G} \sqrt{\frac{g}{GM}}$ (2) $\sqrt{\frac{m(a+g)}{\rho S}}$

必刷知识 ▶ 行星密度+动量定理

【深度解析】(1) 质量为 m' 的物体放在月球表面, 受到的万有引力等于重力, 可得

$$G \frac{m' M}{R^2} = m' g, \text{ 解得 } R = \sqrt{\frac{GM}{g}},$$

$$\text{又 } M = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3, \text{ 联立解得 } \rho = \frac{3g}{4\pi G} \sqrt{\frac{g}{GM}}。$$

(2) 设喷出气体对上升器的作用力大小为 F , 对上升器由牛顿第二定律可得

$$F - mg = ma,$$

设在 Δt 时间内喷出气体的质量为 Δm , 由动量定理可得

$$F' \Delta t = \Delta m \cdot v - 0,$$

其中 $\Delta m = \rho S v \Delta t$,

由牛顿第三定律有 $F = F'$,

$$\text{联立解得 } v = \sqrt{\frac{m(a+g)}{\rho S}}。$$

单元综合提升卷

1. C 必刷知识 ▶ 万有引力定律的应用

【深度解析】设地球密度为 ρ , 根据题意可知 a 点与地心的距离为 r , 且小于 R , 则只有半径为 r 的球体对在 a 点质量为 m 的物体产生万有引力, 则根据万有引力定律可得

$$\frac{G \times \frac{4}{3} \pi r^3 \rho m}{r^2} = mg_a, \text{ 解得 } g_a = \frac{4\pi G \rho r}{3}, b \text{ 点与地心的距离为 } 2r,$$

则对在 b 点的质量为 m 的物体根据万有引力定律可得

$$\frac{G \times \frac{4}{3} \pi R^3 \rho m}{4r^2} = mg_b, \text{ 解得 } g_b = \frac{\pi G \rho R^3}{3r^2}, \text{ 则 } \frac{g_a}{g_b} = \frac{4r^3}{R^3}, \text{ C 正确。}$$

2. B 必刷知识 ▶ 卫星轨道问题

【深度解析】卫星 2 与卫星 1 的质量关系未知,无法比较两卫星的动能大小关系, **A 错误**;由题意知卫星 1 的周期为 24 h, 大于卫星 2 的周期,根据 $\frac{GMm}{r^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} r$, 得 $T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$, 即轨道半径 r 越大, 周期越大, 故卫星 2 的轨道半径小于卫星 1 的轨道半径, 根据 $\frac{GMm}{r^2} = ma$, 可知卫星 2 的向心加速度大于卫星 1 的向心加速度, **B 正确**; 根据 $\frac{GMm}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$, 得 $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$, 所有地球同步卫星的轨道半径均大于地球半径, 故运行速度均小于地球第一宇宙速度, 即 7.9 km/s, **C 错误**; 若已知引力常量 G 及卫星 1 运行的轨道半径 r , 则可估算出地球的质量, 但是地球的半径未知, 故无法求出地球的密度, **D 错误**。

技巧必背

卫星绕地球的运动近似看成圆周运动, 万有引力提供向心力, 类比行星绕太阳的运动规律, 由 $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r} =$

$m\omega^2 r = m \frac{4\pi^2}{T^2} r = ma$, 可推导出:

$$\left. \begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{GM}{r}} \\ \omega &= \sqrt{\frac{GM}{r^3}} \\ T &= \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} \\ a &= \frac{GM}{r^2} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{当 } r \text{ 增大时} \\ \left\{ \begin{array}{l} v \text{ 减小} \\ \omega \text{ 减小} \\ T \text{ 增大} \\ a \text{ 减小} \end{array} \right. \end{array} \Rightarrow \text{越高越慢, 周期越大}$$

3. D 必刷知识 ▶ 万有引力定律的应用

【深度解析】电磁脉冲信号的周期 T 即为中子星的自转周期, 所以中子星的同步卫星的周期为 T , 根据万有引力定律得

$$G \frac{Mm}{(R+H)^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} (R+H), \text{ 因为同步卫星的高度未知, 所以中}$$

子星的质量无法求解, **A 错误**; 在该中子星表面附近运动的

卫星的速度即为第一宇宙速度, 有 $mg = G \frac{Mm}{R^2} = m \frac{v^2}{R}$, 因为中

子星质量未知, 所以中子星赤道表面的重力加速度和第一宇宙速度无法求解, **B、C 错误**; 该中子星赤道上的物体随中子

星转动的向心加速度 $a = \frac{4\pi^2}{T^2} R$, **D 正确**。

4. C 必刷知识 ▶ 竖直上抛运动与天体知识的结合

【深度解析】根据竖直上抛运动规律可知, 物体做竖直上抛运

动的最大高度 $h = \frac{v_0^2}{2g}$, 可得月球表面的重力加速度 $g = \frac{v_0^2}{2h}$, 由

于卫星周期最小时靠近月球表面运动, 重力提供卫星做圆周

运动的向心力, 有 $mg = m \frac{4\pi^2}{T^2} R$, 可得月球卫星的最小周期

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 R}{g}} = \frac{2\pi}{v_0} \sqrt{2hR}, \text{C 正确。}$$

5. D 必刷知识 ▶ 万有引力定律的应用

【深度解析】设行星的质量为 m , 恒星的质量为 M , 根据万有引力提供向心力, 有 $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$, 又 $v = \frac{2\pi r}{T}$, 联立解得 $r = \frac{vT}{2\pi}$, $M = \frac{v^3 T}{2\pi G}$, 无法求出行星的质量, **A、B、C 错误**; 行星运动的加速度大小为 $a = \frac{v^2}{r} = \frac{2\pi v}{T}$, **D 正确**。

6. A 必刷知识 ▶ 人造卫星运动+机械能守恒

【深度解析】返回器在 d 点处做向心运动, 向心加速度方向指向地心, 处于失重状态, **A 正确**; 从 a 到 c 由于空气阻力做负功, 动能减小, 由 c 到 e 过程中只有万有引力做功, 机械能守恒, 返回器在 a 、 c 、 e 点时速度大小应该满足 $v_a > v_c = v_e$, **B 错误**; 返回器在 d 点时合力等于万有引力, 即 $\frac{GMm}{(R+h)^2} = ma_d$, 故加速度大小 $a_d = \frac{GM}{(R+h)^2}$, **C 错误**; 地球第一宇宙速度是最大的环绕速度, 除近地轨道外其他轨道的环绕速度都小于地球第一宇宙速度, **D 错误**。

7. B 必刷知识 ▶ 双星问题

选项	分析	正误
A	设两恒星质量分别为 m_1 、 m_2 , 运动半径分别为 r_1 、 r_2 , 速度大小分别为 v_1 、 v_2 , 根据万有引力提供向心力有 $\frac{Gm_1 m_2}{L^2} = m_1 \frac{v_1^2}{r_1}$, $\frac{Gm_1 m_2}{L^2} = m_2 \frac{v_2^2}{r_2}$, 则动能分别为 $E_{k1} = \frac{Gm_1 m_2}{2L^2} r_1$, $E_{k2} = \frac{Gm_1 m_2}{2L^2} r_2$, 由于半径关系未知, 无法确定二者动能是否相等	×
B	根据万有引力提供向心力可得 $G \frac{m_1 m_2}{L^2} = m_1 \frac{4\pi^2}{T^2} r_1$, $G \frac{m_1 m_2}{L^2} = m_2 \frac{4\pi^2}{T^2} r_2$, $L = r_1 + r_2$, 解得 $m_1 + m_2 = \frac{4\pi^2 L^3}{GT^2}$	✓
C	两恒星质量不断亏损, 二者间引力减小, 两恒星逐渐远离对方, 圆周运动半径变大, L 变大, 由 $m_1 + m_2 = \frac{4\pi^2 L^3}{GT^2}$ 知 T 变大	×
D	两恒星在远离过程中引力做负功, 系统动能减小	×

8. D 必刷知识 ▶ 比较人造卫星和赤道上的物体的运动

选项	依据	分析	正误
A	设地球质量为 M ，“夸父一号”的质量为 m ，绕地球做轨道半径为 r 、周期为 T 、速度大小为 v 的匀速圆周运动，根据牛顿第二定律可得	$\omega_b = \omega_c, v = \omega r, r_b > r_c$ ，则 $v_b > v_c$ ，又 $v_a > v_b$ ，则 $v_a > v_c$	×
B		$\omega_a > \omega_b, \omega_b = \omega_c$ ，则 $\omega_a > \omega_c$	×
C	$G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r} = m\omega^2 r = ma$ ，可知卫星轨道半径 r 越大，线速度 v 越小，角速度 ω 越小，周期 T 越大，加速度 a 越小	$\omega_b = \omega_c, a = \omega^2 r, r_b > r_c$ ，则 $a_b > a_c$ ，又 $a_a > a_b$ ，则 $a_a > a_c$	×
D		$T_a < T_b = 24 \text{ h}$	✓

9. D 必刷知识 ▶ 开普勒行星运动规律

【深度解析】“嫦娥五号”在圆轨道 I 上运动时，万有引力大小不变，由万有引力提供“嫦娥五号”做圆周运动的向心力，则其速度大小不变，方向时刻变化，**A 错误**；根据开普勒第三定律可得 $\frac{a^3}{T^2} = k$ ，由于“嫦娥五号”在圆轨道 I 上的运动半径大于椭圆轨道 II 的半长轴，故“嫦娥五号”在圆轨道 I 上运动的周期一定大于在椭圆轨道 II 上运动的周期，**B 错误**；根据开普勒第二定律（面积定律）可知“嫦娥五号”经过近月点 Q 时的速率一定大于经过远月点 P 时的速率，**C 错误**；由牛顿第二定律可得 $G \frac{M_{\text{月}} m}{r^2} = ma$ ，由于 $r_Q < r_P$ ，故 $a_Q > a_P$ ，**D 正确**。

10. C 必刷知识 ▶ 人造卫星

【深度解析】由 $F_{\text{引}} = G \frac{Mm}{r^2} = ma$ ，可知轨道半径越大，加速度越小，空间站做圆周运动的加速度小于 g ，**A 错误**；空间站没有脱离地球束缚，运行速度小于第一宇宙速度，**B 错误**；忽略地球自转，有 $GM = gR^2$ ，得 $M = \frac{gR^2}{G}$ ，由 $\rho = \frac{M}{V}$ 、 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ 可计算出地球的密度，**C 正确**；由 $G \frac{Mm}{(R+h)^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} (R+h)$ ，得 $h = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}} - R = \sqrt[3]{\frac{gR^2 T^2}{4\pi^2}} - R$ ，**D 错误**。

11. D 必刷知识 ▶ 人造卫星的能量、加速度+地球密度问题

【深度解析】问天实验舱从脱离火箭至刚与核心舱接触过程中，轨道逐渐升高，需要加速做离心运动，机械能增大，**A 错误**；问天实验舱从接近核心舱至对接完成过程中先加速后减速，系统机械能先增大后减小，**B 错误**；在问天实验舱追核心舱的过程中，有沿运动轨迹切线方向的加速度，加速度不可能始终指向地心，**C 错误**；设地球质量为 M ，空间站质量为 m ，则有 $G \frac{Mm}{(R+h)^2} = m \frac{v^2}{R+h}$ ， $v = \frac{s}{t}$ ， $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ ， $\rho = \frac{M}{V}$ ，联立得 $\rho = \frac{3s^2(R+h)}{4\pi Gt^2 R^3}$ ，**D 正确**。

12. (1) $\frac{4Tr_1}{r_1+r_3}\sqrt{\frac{2r_1}{r_1+r_3}}$ (2) $\frac{4Tr_3}{r_1+r_3}\sqrt{\frac{2r_3}{r_1+r_3}}$

必刷知识 ▶ 开普勒第三定律的应用

【深度解析】(1) 神舟十二号在轨道Ⅱ上的运动周期为

$$T_2 = 2T,$$

根据开普勒第三定律可得

$$\frac{r_1^3}{T_1^2} = \frac{\left(\frac{r_1+r_3}{2}\right)^3}{T_2^2},$$

神舟十二号在轨道Ⅰ上的运动周期为

$$T_1 = \frac{4Tr_1}{r_1+r_3}\sqrt{\frac{2r_1}{r_1+r_3}}.$$

(2) 根据开普勒第三定律可得

$$\frac{r_3^3}{T_3^2} = \frac{\left(\frac{r_1+r_3}{2}\right)^3}{T_2^2},$$

天和核心舱在轨道Ⅲ上的运动周期为

$$T_3 = \frac{4Tr_3}{r_1+r_3}\sqrt{\frac{2r_3}{r_1+r_3}}.$$

13. (1) 1.2 m/s^2 3 840 m (2) 1 875 kg

必刷知识 ▶ 直线运动与万有引力定律的结合

【深度解析】(1) 设探测器在动力减速阶段所用时间为 t , 初

速度大小为 v_1 , 加速度大小为 a , 由匀变速直线运动规律有

$$0 = v_1 - at,$$

代入题给数据得 $a = 1.2 \text{ m/s}^2$,

设探测器下降的距离为 s , 由匀变速直线运动规律有

$$s = \frac{v_1^2}{2a},$$

联立各式并代入题给数据得 $s = 3\,840 \text{ m}$ 。

(2) 设火星的质量、半径和表面重力加速度大小分别为

$M_{\text{火}}$ 、 $r_{\text{火}}$ 和 $g_{\text{火}}$, 地球的质量、半径和表面重力加速度大小分

别为 $M_{\text{地}}$ 、 $r_{\text{地}}$ 和 $g_{\text{地}}$, 引力常量为 G ,

由牛顿第二定律和万有引力定律, 对质量为 m 的物体有

$$\frac{GM_{\text{火}}m}{r_{\text{火}}^2} = mg_{\text{火}},$$

$$\frac{GM_{\text{地}}m}{r_{\text{地}}^2} = mg_{\text{地}},$$

设发动机的最大推力为 F , 能够悬停的火星探测器最大质

量为 m_{max} , 由力的平衡条件有

$$F = m_{\text{max}}g_{\text{火}},$$

联立各式并代入题给数据得 $m_{\text{max}} = 1\,875 \text{ kg}$ 。

14. (1) $-\frac{GM}{r}$ (2) $\sqrt{\frac{2GM}{R}}$ (3) $\frac{2GM_0}{c^2}$

必刷题型 ▶ 引力势能+宇宙速度

【深度解析】(1) 将一物体从距离该天体中心为 r 的点移至

无穷远处, 万有引力做负功, 引力势能增加, 所以该点的引

力势 $\varphi_g < 0$, 则类比点电荷可得 $\varphi_g = -\frac{GM}{r}$ 。

(2) 该天体表面处的引力势 $\varphi'_g = -\frac{GM}{R}$, 则质量为 m 的物体

放在天体表面处的引力势能为 $E_p = m\varphi'_g = -\frac{GMm}{R}$,

若将质量为 m 的物体从天体表面处以初速度 v 向外“抛出”, 该物体恰好能到达无穷远处, 根据机械能守恒定律有

$$\frac{1}{2}mv^2 + E_p = 0 + 0, \text{得 } v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}。$$

(3) 因为光也恰好不能从黑洞逃逸, 设黑洞的半径为 r' , 则

$$\text{有 } c \leq \sqrt{\frac{2GM_0}{r'}}, \text{得 } r' \leq \frac{2GM_0}{c^2},$$

所以黑洞可能的最大半径 $r_m = \frac{2GM_0}{c^2}$ 。